

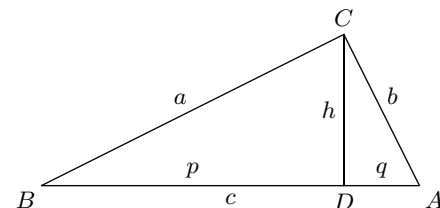
Schlaue Leute werden durch die Fehler von anderen klug

Weitere Informationen zu den Aufgaben und zum Wettbewerb finden sich unter www.wurzel.org/werkstatt.

Aufgabe 5

In einem rechtwinkligen Dreieck ABC mit $\angle BCA = 90^\circ$ ist D der Fußpunkt der Höhe aus C (siehe Skizze). Außerdem sind $p = 4$ cm und q um 1 cm kleiner als die Kathete b . Ermittle a , b und c .

1. Lösungsweg



$$b^2 = q \cdot c \text{ (Kathetensatz)} \quad (1)$$

$$q = b - 1 \text{ (Angabe)} \quad (2)$$

$$c = p + q = 4 + b - 1 = 3 + b \quad (3)$$

Mit (3) und (2) in (1) folgt

$$b^2 = (b - 1)(3 + b)$$

$$b^2 = b^2 + 2b - 3$$

$$b = 1,5$$

$$c = 3 + 1,5 = 4,5$$

$$a^2 + b^2 = c^2 \text{ (Satz des Pythagoras)}$$

$$a = \sqrt{c^2 - b^2} = \sqrt{4,5^2 - 1,5^2} = \sqrt{18}$$

Antwort: $a = \sqrt{18}$ cm, $b = 1,5$ cm und $c = 4,5$ cm.

2. Lösungsweg

$$h^2 = p \cdot q \text{ (Höhensatz)}$$

$$q = b - 1 \text{ (Angabe)}$$

(4)

$$h^2 = 4(b - 1)$$

(5)

$$q^2 + h^2 = b^2 \text{ (Satz des Pythagoras)}$$

$$q = \sqrt{b^2 - h^2}$$

(6)

Mit (4) und (5) in (6) folgt

$$b - 1 = \sqrt{b^2 - 4(b - 1)} = \sqrt{b^2 - 4b + 4} = \sqrt{(b - 2)^2}, \text{ also}$$

$$b - 1 = \sqrt{(b - 2)^2}$$

$$b - 1 = b - 2$$

$$-1 = -2 \text{ Widerspruch. Daraus folgt:}$$

Antwort: Es gibt kein Dreieck mit diesen Angaben.

Die zwei Lösungswege haben zu zwei unterschiedlichen Ergebnissen geführt.

Widerspruch! – Was ist richtig? Was ist falsch? Warum?